　惑星の運動

惑星の運動を式で表す。

運動は引力の方向と、速度の方向でできる平面上で起きるので、その平面上で考える。

その平面を複素平面だと考え、引力の中心を原点として惑星の位置を

とする。時間 で微分して

ここで、引力は 方向にのみ作用するため の成分はゼロになり、 の成分は引力なので の2乗に反比例するとして、

ここで、 は引力の定数であり、軌道によらない。

ここで、(6)から

となる。ここで、 は一定(軌道によるが、一つの軌道では一定)の面積速度を表す。

つぎに、(4), (5), (8)から

だから、積分定数を として

となる。

ここで、 の方向を適当にとれば、 は純虚数にとることができる。それを とすると、

すなわち、

を掛けて

ここで、複素表示をやめて (x, y) 表示に直すと、

から

あるいは

これは、

の時、楕円となる。

の最小値は

の最大値は

となり、

長半径は

短半径は

楕円の面積は長半径×短半径×πだから

周期は面積÷面積速度だから

となり、周期は長半径の3/2乗に比例することが分かる。